

C: RS24



المركز الوطني للتقويم والامتحانات

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
كتابة الدولة المكلفة بالتعليم المدرسي

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
-الدورة الاستدراكية 2008-
الموضوع

المادة:	الرياضيات	المعامل:	9
الشعب(ة):	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	مدة الإنجاز:	4س

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة

التمرين الأول:(3,5 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر التطبيق r الذي يربط النقطة $M(z)$ بالنقطة $M_1(z_1)$ حيث : $z_1=\frac{1+\sqrt{3}i}{2}z+\frac{\sqrt{3}+i}{2}$

و التطبيق h الذي يربط النقطة $M(z)$ بالنقطة $M_2(z_2)$ حيث : $z_2=-2z+3i$ و نضع $F=h\circ r$

1) حدد طبيعة كل من التطبيقين r و h وعناصرهما المميزة . 1 ن

2) نعتبر النقطتين $\Omega(i)$ و $A(a)$ حيث a عدد عقدي معلوم مخالف للعدد i .

ونضع: $B=F(A)$ و $C=F(B)$ و $D=F(C)$

أ) بين أنه إذا كانت النقطة $M'(z')$ هي صورة النقطة $M(z)$ بالتطبيق F فإن : 0,5 ن

$$z'-i=2e^{i\frac{4\pi}{3}}(z-i)$$

ب) تحقق أن Ω هي النقطة الوحيدة التي تحقق : $F(\Omega)=\Omega$ 0,25ن

3) أ) حدد بدلالة العدد العقدي a الأعداد العقدية b و c و d ألحاق النقط B و C و D على التوالي. 0,75ن

ب) بين أن النقط Ω و A و D مستقيمية. 0,25ن

ج) بين أن Ω هو مرجح النظمة المتزنة $\{(B,4);(C,2);(D,1)\}$ 0,5ن

د) حدد مجموعة النقط $A(a)$ لكي تكون النقطة D تنتمي إلى المحور الحقيقي. 0,25ن

التمرين الثاني:(4 نقط)

نزود المجموعة $\mathbb{R}$ بقانون التركيب الداخلي $*$ المعرف بما يلي :

$$(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2)\ ;\ x*y=x+y-3xy$$

1) أ) تحقق أن : $(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2)\ ;\ (1-3x)(1-3y)=1-3(x*y)$ 0,25ن

0,75ن ب)بين أن $\left(\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\},*\right)$ زمرة تبادلية.

0,5ن 2) أ) بين أن التطبيق φ الذي يربط كل عدد حقيقي x بالعدد الحقيقي
$\varphi(x)=1-3x$ تشاكل تقابلي من $\left(\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\},*\right)$ نحو $\left(\mathbb{R}^*,\times\right)$

0,25ن ب) بين أن : $\varphi^{-1}\left(\mathbb{R}_+^*\right)=\left]-\infty,\frac{1}{3}\right[$

0,5ن ج) بين أن $\left(\left]-\infty,\frac{1}{3}\right[,*\right)$ زمرة جزئية للزمرة $\left(\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\},*\right)$

3) لكل x من المجموعة $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$ و لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $x^{(0)}=0$
و $x^{(n+1)}=x^{(n)}*x$; $(\forall n\in\mathbb{N})$

0,25ن أ) بين أن : $\varphi\left(x^{(n)}\right)=\left(\varphi(x)\right)^n$; $(\forall n\in\mathbb{N})$; $\left(\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}\right)$

0,5ن ب) استنتج $x^{(n)}$ بدلالة x و n .

4) نزود المجموعة $\mathbb{R}$ بقانون التركيب الداخلي T المعرف بما يلي :
$$\left(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\right)\ ;\ xTy=x+y-\frac{1}{3}$$

0,5ن أ) بين أن : $(\mathbb{R},T)$ زمرة تبادلية .

0,5ن ب) بين أن : $(\mathbb{R},T,*)$ جسم تبادلي.

التمرين الثالث:(2,5نقط)

يحتوي صندوق على أربع كرات:كرة بيضاء و ثلاث كرات حمراء غير قابلة للتمييز باللمس .

نسحب عشوائيا كرة من الصندوق ,نسجل لونها ,ثم نعيدها إلى الصندوق.

نجري نفس التجربة لمرات متتابعة إلى أن نحصل لأول مرة على كرتين متتابعتين من نفس اللون و نوقف التجربة .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي رتبة السحبة التي توقفت فيها التجربة.

1ن 1) احسب احتمال كل حدث من الحدثين التاليين : $[X=2]$ و $[X=3]$

2) ليكن k عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

0,75ن أ)بين أن احتمال الحدث $[X=2k]$ هو $p_{2k}=\frac{5}{8}\left(\frac{3}{16}\right)^{k-1}$

0,75ن ب)بين أن احتمال الحدث $[X=2k+1]$ هو $p_{2k+1}=\left(\frac{3}{16}\right)^{k}$

التمرين الرابع:(10 نقط)

I- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I=\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln(1+2x)}{x} & ; \quad x\neq 0 \\ f(0)=2 \end{cases}$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$

0,5 1) بين أن الدالة f متصلة في الصفر .

2) لكل عدد حقيقي غير منعدم a من المجال I نعتبر الدالة العددية h_a للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال I بما يلي: $h_a(x)=\left(\ln(1+2a)-2a\right)x^2-\left(\ln(1+2x)-2x\right)a^2$

0,5 أ)احسب $h_a(0)$ و $h_a(a)$ ثم استنتج أنه يوجد عدد حقيقي b محصور بين 0 و a بحيث:

$$\frac{\ln(1+2a)-2a}{a^2}=\frac{-2}{1+2b}$$

0,75 ب)استنتج أن الدالة f قابلة للاشتقاق في الصفر و أن : $f'(0)=-2$.

0,5 3) أ)بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $I\setminus\{0\}$

و أن: $\left(\forall x\in I\setminus\{0\}\right)\ ;\ f'(x)=\frac{g(x)}{x^2(1+2x)}$ حيث: $g(x)=2x-(1+2x)\ln(1+2x)$

0,5 ب)بين أن : $\left(\forall x\in I\setminus\{0\}\right)\ ;\ g(x)<0$

0,25 ج)استنتج تغيرات الدالة f على المجال I .

0,5 4) أ)احسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to -\frac{1}{2} \\ x>-\frac{1}{2}}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أول هندسيا النتيجتين المحصل عليهما.

ب)بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $[1,2]$ بحيث : $f(\alpha)=1$ 0,5

ج)أنشئ المنحنى (C) (نأخذ : $\alpha \approx 1,3$) 0,5

II - 1) نضع : $J=[1,\alpha]$ و $\varphi(x)=\ln(1+2x)$ $(\forall x \in I)$.

أ) بين الدالة φ قابلة للاشتقاق على المجال I و أن : $0<\varphi'(x)\leq\frac{2}{3}$; $(\forall x\geq 1)$ 0,5

ب) تحقق أن : $\varphi(\alpha)=\alpha$ و أن : $\varphi(J)\subset J$ 0,75

2) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0=1$ و $u_{n+1}=\ln(1+2u_n)$; $(\forall n\geq 0)$

أ)بين أن : $u_n\in J$; $(\forall n\geq 0)$ 0,5

ب)بين أن : $|u_n-\alpha|\leq\left(\frac{2}{3}\right)^n$; $(\forall n\geq 0)$ 0,5

ج)استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة و حدد نهايتها. 0,5

III-نعتبر الدالة العددية F المعرفة على المجال I بما يلي: $F(x)=\int_0^x f(t)dt$

1) أ)بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال I ثم أحسب $F'(x)$ 0,5

ب)استنتج منحى تغيرات الدالة F على المجال I . 0,25

2) أ) بين أن : $F(x)\geq\int_1^x \frac{\ln(1+2t)}{1+2t}dt$; $(\forall x\geq 1)$ 0,5

ب) استنتج أن : $\lim_{x\to+\infty}F(x)=+\infty$ 0,5

3) نفترض أن الدالة F تقبل نهاية منتهية ℓ على اليمين في $-\frac{1}{2}$

ونعتبر الدالة $\tilde{F}$ المعرفة على المجال $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$ بما يلي:

$$\begin{cases}\tilde{F}(x)=F(x)\ ;\ x\in I\\ \tilde{F}\left(-\frac{1}{2}\right)=\ell\end{cases}$$

أ) باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن : $F(x)-\ell\geq f(x)\left(x+\frac{1}{2}\right)$; $(\forall x\in I)$ 0,5

ب) استنتج أن الدالة $\tilde{F}$ غير قابلة للاشتقاق على اليمين في $-\frac{1}{2}$ 0,5